

Algèbre linéaire 3
Feuille d'exercices 2
Ajout exercices avancés

Exercice 1: (1) On note E l'espace vectoriel des fonctions continues sur $[-1, 1]$ qui sont affines sur $] - 1, 0[$ et sur $]0, 1[$. Montrer que E est de dimension finie et donner une base de E .

(2) On note maintenant E l'espace vectoriel des fonctions continues sur $[-1, 1]$ qui s'écrivent comme un polynôme de degré 2 sur $] - 1, 0[$ et sur $]0, 1[$. Montrer que E est de dimension finie et donner une base de E .

Exercice 2: On note E et F les sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^4$ donnés par

$$E = \left\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / \begin{cases} x + t - 2z = 0 \\ x - t = 0 \end{cases} \right\}$$

et

$$F = \left\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / \begin{cases} 3x + 2y - 4z - t = 0 \\ 2x + y + z - t = 0 \end{cases} \right\}.$$

Trouver des bases de E et F . Montrer que $E \oplus F$ et montrer que $E \oplus F = \mathbb{R}^4$. Décomposer (x, y, z, t) , vecteur quelconque de $\mathbb{R}^4$, suivant la somme directe $\mathbb{R}^4 = E \oplus F$. Tester votre résultat sur le vecteur $(6, 1, 1, 6)$.